

Formelsammlung zur Vorlesung

Physik

für den Studiengang Wirtschaftsingenieurwesen

Stand 09 2024

Ohne Veränderung zugelassen zur Klausur

Inhalt

Einheiten und Konstanten	2
Kinematik	4
Dynamik	7
Arbeit, Leistung, Energie	9
Mechanik von Teilchensystemen	10
Mechanik starrer Körper	11
Schwingungen	13
Wellen	15
Optik	18
Atomphysik	20
Kernphysik	22
Fluidmechanik	24
Wärmelehre	27
Mathematik	33

1 Einheiten und Konstanten

Einheiten

SI-Basiseinheiten

Länge	Meter	m
Zeit	Sekunde	s
Masse	Kilogramm	kg
elektr. Stromstärke	Ampere	A
Temperatur	Kelvin	K
Stoffmenge	Mol	mol
Lichtstärke	Candela	cd

zusammengesetzte SI-Einheiten (Auswahl)

Frequenz	Hertz	Hz	s^{-1}
Kraft	Newton	N	$kg\ m\ s^{-2}$
Energie	Joule	J	$N\ m = kg\ m^2\ s^{-2}$
Leistung	Watt	P	$J\ s^{-1} = kg\ m^2\ s^{-3}$
Aktivität	Becquerel	Bq	s^{-1}
Energiedosis	Gray	Gy	$J\ kg^{-1}$
Äquivalentdosis	Sievert	Sv	$J\ kg^{-1}$

Dezimalpräfixe (Auswahl)

10^1	Deka	da	10^{-1}	Dezi	d
10^2	Hekto	h	10^{-2}	Zenti	c
10^3	Kilo	k	10^{-3}	Milli	m
10^6	Mega	M	10^{-6}	Mikro	μ
10^9	Giga	G	10^{-9}	Nano	n
10^{12}	Tera	T	10^{-12}	Piko	p
10^{15}	Peta	P	10^{-15}	Femto	f

Umrechnungen in SI-Einheiten (Auswahl)

Liter	$1\ L = 1\ dm^3$
Elektronenvolt	$1\ eV = 1,6022 \cdot 10^{-19}\ J$
Atomare Masseneinheit	$1\ u = 1,6605 \cdot 10^{-27}\ kg$

Physikalische Konstanten

Gravitationskonstante	$G = 6,6743 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$
Lichtgeschwindigkeit im Vakuum	$c = 2,9979 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$
Elementarladung	$e = 1,6022 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Elektrische Feldkonstante	$\epsilon_0 = 8,8542 \cdot 10^{-12} \text{ A s V}^{-1} \text{ m}^{-1}$
Planck'sches Wirkungsquantum	$h = 6,6261 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$
Masse des Elektrons	$m_e = 9,1094 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
Masse des Protons	$m_p = 1,6726 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
Masse des Neutrons	$m_n = 1,6749 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

2 Kinematik

Geschwindigkeit und Beschleunigung (1D)

Geschwindigkeit eines Teilchens

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = \dot{x}(t)$$

$v(t)$ Geschwindigkeit
 $x(t)$ Ort
 t Zeit

Durchschnitts-/mittlere Geschwindigkeit eines Teilchens in einem Zeitintervall (1D)

$$\bar{v}(t) = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_1 - x_0}{\Delta t}$$

\bar{v} mittlere Geschwindigkeit
 Δt Zeitintervall
 Δx Verschiebung
 x_0, x_1 Ort am Anfang/Ende

Beschleunigung eines Teilchens

$$a(t) = \frac{dv}{dt} = \dot{v}(t) = \ddot{x}(t)$$

$a(t)$ Beschleunigung

Geschwindigkeits- und Beschleunigungsvektor

Geschwindigkeitsvektor eines Teilchens

$$\vec{v}(t) = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{y}(t) \\ \dot{z}(t) \end{pmatrix}$$

$$v = |\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

v_x, v_y, v_z Komponenten des Geschwindigkeitsvektors
 x, y, z Komponenten des Ortsvektors
 v Betrag des Geschwindigkeitsvektors

Beschleunigungsvektor eines Teilchens

$$\vec{a}(t) = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{v}_x(t) \\ \dot{v}_y(t) \\ \dot{v}_z(t) \end{pmatrix} = a_r \cdot \vec{e}_r + a_t \cdot \vec{e}_t$$

a_x, a_y, a_z Komponenten des Beschleunigungsvektors
 a_r, a_t Radial-/Tangentialbeschleunigung
 \vec{e}_r, \vec{e}_t Einheitsvektor radial/ tangential zur Bahnkurve
 ρ Krümmungsradius der Bahnkurve

mit

$$a_r = \frac{v^2}{R} \quad \text{und} \quad a_t = \frac{dv}{dt} = \dot{v}$$

Gleichmäßig beschleunigte Bewegung in 1D

Bewegungsgesetze

Spezialfall: konstante Beschleunigung

$$x(t) = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

$$v(t) = v_0 + a \cdot t$$

$$a(t) = a = \text{const.}$$

$x(t)$ Ort

$v(t)$ Geschwindigkeit

a Beschleunigung

$x_0 = x(0)$ Anfangsort

$v_0 = v(0)$ Anfangsgeschwindigkeit

Spezialfall: gleichförmige Bewegung

$$x(t) = x_0 + v \cdot t$$

$$v(t) = v = \text{const.}$$

$$a(t) = 0$$

Spezialfall: Bewegung unter Erdbeschleunigung

(z -Achse zeigt nach oben)

$g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ Erdbeschleunigung

$$z(t) = z_0 + v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

$$v(t) = v_0 - g \cdot t$$

$$a(t) = -g = \text{const.}$$

Kreisbewegung

Drehwinkel

$$\varphi(t) = \frac{s(t)}{R}$$

$s(t)$ Bogenlänge
 R Radius der Kreisbahn

Ortsvektor

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} R \cdot \cos \varphi(t) \\ R \cdot \sin \varphi(t) \end{pmatrix}$$

Winkelgeschwindigkeit

$$\omega(t) = \dot{\varphi}(t) = \frac{v(t)}{R}$$

$v(t)$ Bahngeschwindigkeit

Winkelbeschleunigung

$$\alpha(t) = \dot{\omega}(t) = \ddot{\varphi}(t) = \frac{a_t(t)}{R}$$

a_t Tangentialbeschleunigung

Spezialfall: gleichförmige Kreisbewegung

$$\varphi(t) = \varphi_0 + \omega \cdot t$$

$$\omega(t) = \omega = \text{const.}$$

$$\alpha(t) = 0$$

Spezialfall: gleichmäßig beschleunigte Kreisbewegung

$$\varphi(t) = \varphi_0 + \omega_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t^2$$

$$\omega(t) = \omega_0 + \alpha \cdot t$$

$$\alpha(t) = \alpha = \text{const.}$$

Frequenz und Umlaufdauer

$$f = \frac{1}{T} \quad \omega = 2\pi f$$

$$v = \frac{2\pi \cdot R}{T} = 2\pi \cdot R \cdot f$$

f Frequenz
 T Umlaufdauer

3 Dynamik

Masse eines homogenen Körpers

$$m = \rho \cdot V$$

ρ Dichte
 V Volumen

Impuls

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

\vec{v} Geschwindigkeitsvektor

Newton'sche Gesetze

Aktionsprinzip

$$\vec{F}_{\text{ges}} = \dot{\vec{p}} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

\vec{F}_{ges} Gesamtkraft
 \vec{p} Impuls

Spezialfall: Aktionsprinzip für ein Teilchen konstanter Masse

$$\vec{F}_{\text{ges}} = m \cdot \vec{a}$$

m Masse des Teilchens
 \vec{a} Beschleunigung des Körpers

Trägheitsprinzip für die Wechselwirkung zweier Teilchen A und B

$$\vec{F}_{B,A} = -\vec{F}_{A,B}$$

$\vec{F}_{B,A}$ Kraft auf Teilchen B, verursacht durch Teilchen A
 $\vec{F}_{A,B}$ Kraft auf Teilchen A, verursacht durch Teilchen B

Hooke'sches Gesetz

Federkraft

$$F_F = D \cdot \Delta x$$

D Federkonstante
 Δx Längenänderung der Feder

Gewichtskraft

Gewichtskraft

$$F_g = m \cdot g$$

m Masse des Körpers
 g Erdbeschleunigung

Zerlegung der Gewichtskraft auf einer schiefen Ebene

$$F_{g,H} = F_g \cdot \sin \theta$$

$$F_{g,N} = F_g \cdot \cos \theta$$

θ Neigungswinkel der Ebene
 $F_{g,H}$ Hangabtriebskomponente
 $F_{g,N}$ Normalkomponente

Trockene Reibung

maximale Haftreibungskraft

$$F_{\text{Haft,max}} = \mu_{\text{Haft}} \cdot |F_{\text{N}}|$$

μ_{Haft} Haftreibungskoeffizient
 F_{N} Normalkraft

Gleitreibungskraft

$$F_{\text{Gleit}} = \mu_{\text{Gleit}} \cdot |F_{\text{N}}|$$

μ_{Gleit} Gleitreibungskoeffizient

Rollreibungskraft

$$F_{\text{Roll}} = \mu_{\text{Roll}} \cdot |F_{\text{N}}|$$

μ_{Roll} Rollreibungskoeffizient

Auftrieb

Auftriebskraft

$$F_{\text{A}} = \rho \cdot V \cdot g$$

ρ Dichte des Fluids
 V Volumen des vom Körper verdrängten Fluids
 g Erdbeschleunigung

Nasse Reibung

Stoke'sches Reibungsgesetz für eine Kugel

$$F_{\text{Stokes}} = 6\pi \cdot r \cdot \eta \cdot v$$

r Radius der Kugel
 η Viskosität des Fluids
 v Geschwindigkeit der Kugel/des Fluids

Newton'sche Widerstandskraft

$$F_{\text{W}} = c_{\text{W}} \cdot A \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2$$

c_{W} Widerstandsbeiwert des Körpers
 A Querschnittsfläche des Körpers in Strömungsrichtung
 ρ Dichte des Fluids
 v Geschwindigkeit des Körpers/des Fluids

Dynamik der Kreisbewegung

Zentripetalkraft

$$F_{\text{Z}} = m \cdot a_r = \frac{m \cdot v^2}{R}$$

a_r Radialbeschleunigung
 v Bahngeschwindigkeit
 R Radius der Kreisbahn

4 Arbeit, Energie, Leistung

Arbeit

Arbeit einer konstanten Kraft bei geradliniger Verschiebung eines Teilchens

$$W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = F \cdot \Delta r \cdot \cos \angle(\vec{F}, \Delta\vec{r})$$

F	Betrag der Kraft
Δr	Verschiebung
$\angle(\vec{F}, \Delta\vec{r})$	Winkel zwischen Kraft und Verschiebung

Energie

Mechanische Energie

$$E_{\text{mech}} = E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}}$$

E_{kin}	Summe der kinetischen Energieformen
E_{pot}	Summe der potentiellen Energieformen

Energieerhaltungssatz der Mechanik

$$E_{\text{mech}}^{(i)} = E_{\text{mech}}^{(f)}$$

$E_{\text{mech}}^{(i)}$	initiale mechanische Energie
$E_{\text{mech}}^{(f)}$	finale mechanische Energie

Kinetische Energie eines Teilchens

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

m	Masse
v	Geschwindigkeit

Potentielle Energie eines Teilchens im Schwerfeld der Erde (mit Referenzniveau bei $z = 0$)

$$E_{\text{pot}} = m \cdot g \cdot z$$

g	Erdbeschleunigung
z	Höhe über Referenzniveau

Potentielle („elastische“) Energie einer elastisch verformten Schraubenfeder

$$E_{\text{elast}} = \frac{1}{2} \cdot D \cdot (\Delta x)^2$$

D	Federkonstante
Δx	Stauchung/Dehnung der Feder

Leistung

mittlere Leistung

$$\bar{P} = \frac{W}{\Delta t}$$

W	verrichtete Arbeit
Δt	Zeitintervall

Leistung einer konstanten Kraft bei der Translation eines Teilchens

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

\vec{F}	Kraft
\vec{v}	Geschwindigkeit

5 Mechanik von Teilchensystemen

Schwerpunktsbewegung

Schwerpunkt eines Teilchensystems

$$\vec{r}_S = \frac{m_1 \cdot \vec{r}_1 + m_2 \cdot \vec{r}_2 + \dots + m_N \cdot \vec{r}_N}{m_1 + m_2 + \dots + m_N}$$

Schwerpunktgeschwindigkeit

$$\vec{v}_S = \frac{m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \vec{v}_2 + \dots + m_N \cdot \vec{v}_N}{m_1 + m_2 + \dots + m_N}$$

N Anzahl der Teilchen
 m_i Masse des i -ten Teilchens
 \vec{r}_i Ortsvektor des i -ten Teilchens

\vec{v}_i Geschwindigkeitsvektor des i -ten Teilchens

Stoßprozesse

Kraftstoß und Impulsänderung (1D)

$$\Delta p = \int_{t_i}^{t_f} F(t) dt \approx \bar{F} \cdot \Delta t$$

$\Delta t = t_f - t_i$ Dauer der Krafteinwirkung

$F(t)$ Kraft
 \bar{F} mittlere Kraft

Impulserhaltungssatz

$$\vec{p}_{\text{ges}} = \sum_{i=1}^N m_i \cdot \vec{v}_i = m_{\text{ges}} \cdot \vec{v}_S = \text{const.}$$

$$\Leftrightarrow \vec{F}_{\text{ext}} = 0$$

\vec{p}_{ges} Gesamtimpuls des Teilchensystems

\vec{v}_i Geschwindigkeit des i -ten Teilchens

\vec{v}_S Geschwindigkeit des Schwerpunkts

\vec{F}_{ext} Summe der externen Kräfte

Impulserhaltungssatz für den Stoß zweier Teilchen

$$m_1 \cdot \vec{v}_{1,i} + m_2 \cdot \vec{v}_{2,i} = m_1 \cdot \vec{v}_{1,f} + m_2 \cdot \vec{v}_{2,f}$$

m_1, m_2 Masse des ersten/zweiten Teilchens

$\vec{v}_{1,i}, \vec{v}_{2,i}$ Geschwindigkeit des ersten/zweiten Teilchens vor dem Stoß

$\vec{v}_{1,f}, \vec{v}_{2,f}$ Geschwindigkeit des ersten/zweiten Teilchens nach dem Stoß

6 Mechanik starrer Körper

Trägheitsmoment

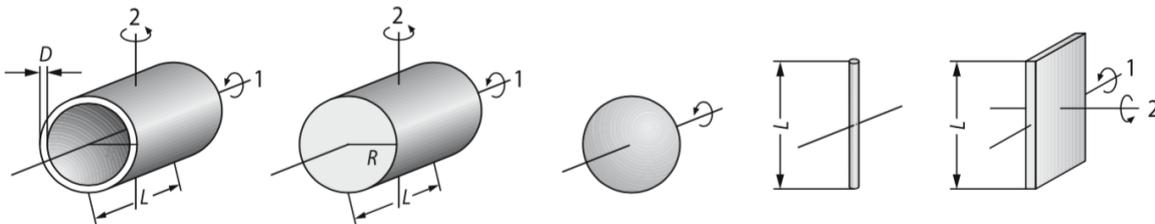
Trägheitsmoment eines Teilchens

$$J = m \cdot r^2$$

m Masse des Teilchens
 r senkrechter Abstand zur Drehachse

Trägheitsmomente ausgewählter geometrischer Körper bezüglich ihrer Hauptachsen

m Masse des Körpers



Hohlzylinder ($D \ll R$)

1: $J_s = mR^2$

2: $J_s = \frac{1}{4} m(2R^2 + \frac{1}{3}L^2)$

Vollzylinder

1: $J_s = \frac{1}{2} mR^2$

2: $J_s = \frac{1}{4} m(R^2 + \frac{1}{3}L^2)$

Kugel (Radius R)

$J_s = \frac{2}{5} mR^2$

Stab

$J_s = \frac{1}{12} mL^2$

Platte (quadratisch)

1: $J_s = \frac{1}{12} mL^2$

2: $J_s = \frac{1}{6} mL^2$

Quelle: U. Harten, Physik: Einführung für Ingenieure und Naturwissenschaftler, Springer-Verlag, 2007

Steiner'scher Satz (Trägheitsmoment bezüglich einer aus dem Schwerpunkt parallel verschobenen Rotationsachse)

J_s Trägheitsmoment bzgl. der Achse durch den Schwerpunkt
 m Masse des Körpers
 h Verschiebung der Drehachse

$$J = J_s + m \cdot h^2$$

Drehimpuls

Drehimpuls eines Teilchens

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$$

\vec{r} Ortsvektor
 \vec{p} Impuls

Drehimpuls eines Teilchens bzw. eines starren Körpers (bei raumfester Rotationsachse)

J Trägheitsmoment bezüglich der Rotationsachse
 $\vec{\omega}$ Winkelgeschwindigkeit

$$\vec{L} = J \cdot \vec{\omega}$$

Drehimpulserhaltungssatz

\vec{M} Drehmoment

$$\vec{L} = \text{const.} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{M} = 0$$

Drehmoment

Drehmoment einer Kraft (vektoriell)

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

\vec{r} Verbindungsvektor vom Drehpunkt des Körpers zum Angriffspunkt der Kraft

\vec{F} Kraft

Hebelarm einer Kraft (senkrechter Abstand zwischen Drehpunkt und Wirklinie der Kraft)

$$l = r \cdot \sin \angle (\vec{r}, \vec{F})$$

r Abstand zwischen Drehpunkt und Angriffspunkt der Kraft

$\angle (\vec{r}, \vec{F})$ Winkel zwischen Kraft und Verbindungsvektor

Drehmoment einer Kraft (Betrag)

$$M = F \cdot l = r \cdot \underbrace{F \cdot \sin \angle (\vec{r}, \vec{F})}_{=F_t}$$

F Betrag der Kraft

F_t Kraftkomponente senkrecht zum Verbindungsvektor

Zweites Newton'sches Gesetz für die Rotation

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

\vec{L} Drehimpuls

Zweites Newton'sches Gesetz für die Rotation (bei raumfester Rotationsachse)

J Trägheitsmoment bzgl. der Rotationsachse

α Winkelbeschleunigung

$$M = J \cdot \alpha$$

Kinetische Energie

Translationsenergie

$$E_{\text{trans}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_S^2$$

m Masse des Körpers

v_S Geschwindigkeit des Schwerpunkts

Rotationsenergie (bei Rotation um eine Achse durch den Schwerpunkt)

J Trägheitsmoment bzgl. der Achse

ω Winkelgeschwindigkeit

$$E_{\text{rot}} = \frac{1}{2} \cdot J \cdot \omega^2$$

Rollen

Rollbedingung für die zurückgelegte Strecke des Schwerpunkts

$$s = R \cdot \varphi$$

R Radius des rollenden Körpers

φ Drehwinkel

Rollbedingung für die Geschwindigkeit des Schwerpunkts

ω Winkelgeschwindigkeit

$$v_S = R \cdot \omega$$

7 Schwingungen

Kreisfrequenz einer Schwingung

$$\omega = 2\pi \cdot f = \frac{2\pi}{T}$$

T Periodendauer

f Frequenz

Freie ungedämpfte Schwingung

Differentialgleichung der ungedämpften Schwingung eines Masse-Feder-Schwingers

$$\ddot{x}(t) + \frac{D}{m} \cdot x(t) = 0$$

$x(t)$ Auslenkung

D Federkonstante

m Masse

Eigenkreisfrequenz eines Masse-Feder-Schwingers

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{D}{m}}$$

allgemeine Lösung

$$\begin{aligned} x(t) &= C_{\cos} \cdot \cos(\omega_0 \cdot t) + C_{\sin} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t) \\ &= \hat{x} \cdot \cos(\omega_0 \cdot t + \varphi_0) \end{aligned}$$

C_{\cos}, C_{\sin} Parameter, die aus den Anfangsbedingungen bestimmt werden müssen

\hat{x} Amplitude

φ_0 Phasenverschiebung

mit

$$\hat{x} = \sqrt{C_{\cos}^2 + C_{\sin}^2} \quad \text{und} \quad \tan \varphi_0 = \frac{C_{\sin}}{C_{\cos}}$$

Beispiele für harmonisch schwingende Systeme

Eigenkreisfrequenz eines mathematischen Pendels

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

g Erdbeschleunigung

l Fadenlänge

Eigenkreisfrequenz eines physikalischen Pendels

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{m g r}{J}}$$

m Masse

r Abstand zwischen Drehpunkt und Schwerpunkt

J Trägheitsmoment

Eigenkreisfrequenz eines Torsionspendels

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{D}{J}}$$

D Direktionsmoment

Freie gedämpfte Schwingung

Differentialgleichung einer gedämpften Schwingung

$$\ddot{x}(t) + \frac{\beta}{m} \cdot \dot{x}(t) + \frac{D}{m} \cdot x(t) = 0$$

β Dämpfungskoeffizient
 m Masse
 D Federkonstante

Abklingkonstante der gedämpften Schwingung

$$\delta = \frac{\beta}{2m}$$

allgemeine Lösung im Schwingfall $\delta < \omega_0$

$$x(t) = e^{-\delta t} \cdot [C_{\cos} \cdot \cos(\omega \cdot t) + C_{\sin} \cdot \sin(\omega \cdot t)]$$

$$\text{mit } \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$$

C_{\cos}, C_{\sin} Parameter, die aus den Anfangsbedingungen bestimmt werden müssen
 ω Kreisfrequenz

exponentielle Abnahme der Amplitude im Schwingfall

$$\hat{x}(t) = \hat{x}_0 \cdot e^{-\delta \cdot t}$$

\hat{x} Amplitude
 \hat{x}_0 Amplitude zur Zeit $t = 0$

für $x(0) = 0$ gilt:

$$x(t) = e^{-\delta t} C_{\sin} \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

Energie einer freien Schwingung

mechanische Energie einer ungedämpften Schwingung

$$E_{\text{mech}} = \frac{1}{2} \cdot D \cdot \hat{x}^2$$

D Federkonstante
 \hat{x} Amplitude

mechanische Energie einer gedämpften Schwingung im Schwingfall

\hat{x}_0 Amplitude zur Zeit $t = 0$
 δ Abklingkonstante

$$E_{\text{mech}} = \frac{1}{2} \cdot D \cdot \hat{x}_0^2 \cdot e^{-2\delta t}$$

Erzwungene Schwingungen

Differentialgleichung einer harmonisch angeregten Schwingung

$$\ddot{x}(t) + \frac{\beta}{m} \cdot \dot{x}(t) + \frac{D}{m} \cdot x(t) = \frac{\hat{F}_A}{m} \cdot \cos(\omega_A \cdot t)$$

$x(t)$	Auslenkung
β	Dämpfungskoeffizient
m	Masse
D	Federkonstante
\hat{F}_A	Erregeramplitude
ω_A	Erregerfrequenz

allgemeine Lösung (Langzeitverhalten)

$$x(t) = \hat{x} \cdot \cos(\omega_A \cdot t + \varphi)$$

$$\text{mit } \hat{x} = \frac{\hat{F}_A}{m \cdot \sqrt{(\omega_0^2 - \omega_A^2)^2 + (2\delta \cdot \omega_A)^2}}$$

$$\text{und } \varphi = \begin{cases} \arctan\left(\frac{-2\delta \cdot \omega_A}{\omega_0^2 - \omega_A^2}\right) & \text{für } \omega_A < \omega_0 \\ -\frac{\pi}{2} & \text{für } \omega_A = \omega_0 \\ \arctan\left(\frac{-2\delta \cdot \omega_A}{\omega_0^2 - \omega_A^2}\right) - \pi & \text{für } \omega_A > \omega_0 \end{cases}$$

\hat{x}	Amplitude
φ	Phasenverschiebung
ω_0	Eigenkreisfrequenz
δ	Abklingkonstante

Resonanz-Kreisfrequenz

$$\omega_{\text{res}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2 \cdot \delta^2}$$

Resonanzamplitude

$$\hat{x}_{\text{res}} = \frac{\hat{F}_A}{m} \cdot \frac{1}{2\delta \cdot \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}}$$

8 Wellen

Wellenzahl

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

λ Wellenlänge

Ausbreitungs-/Phasengeschwindigkeit

$$v = \frac{\omega}{k} = \lambda \cdot f$$

v Ausbreitungsgeschwindigkeit

ω Kreisfrequenz

f Frequenz

Harmonische Wellen

Ausbreitung einer eindimensionalen harmonischen Welle entlang der x -Achse

$$y(x, t) = \hat{y} \cdot \cos(\omega t - kx + \varphi)$$

y	Auslenkung
\hat{y}	Amplitude
ω	Kreisfrequenz
k	Wellenzahl
φ	Phasenverschiebung

Energietransport und Intensität

Intensität einer harmonischen Welle

$$I = \frac{1}{2} \rho \cdot v \cdot \hat{y}^2 \cdot \omega^2$$

\hat{y}	Amplitude
ω	Kreisfrequenz
v	Ausbreitungsgeschwindigkeit
ρ	Dichte des Ausbreitungsmediums

Intensität einer Kugelwelle

$$I = \frac{P}{4\pi \cdot r^2}$$

P	Leistung der Punktquelle
r	Abstand von der Quelle

Schallpegel

$$L = 10 \text{ dB} \cdot \log_{10} \left(\frac{I}{I_0} \right) \quad \text{mit} \quad I_0 = 1 \cdot 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

I_0	Bezugsgröße (Hörschwelle des Menschen)
-------	--

Akustischer Doppler-Effekt

Bewegte Quelle (Q) und ruhender Beobachter (B)

$$f_B = \frac{f_Q}{1 \mp \frac{v_Q}{v}}$$

- Q bewegt sich auf B zu
- + Q bewegt sich von B weg

f_Q	Frequenz der erzeugten Welle
f_B	beobachtete Frequenz
v_Q	Geschwindigkeit der Quelle
v_B	Geschwindigkeit des Beobachters
v	Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle

Ruhende Quelle und bewegter Beobachter

$$f_B = f_Q \cdot \left(1 \pm \frac{v_B}{v}\right)$$

- + B bewegt sich auf Q zu
- B bewegt sich von Q weg

Quelle und Beobachter bewegen sich in unterschiedliche Richtungen

$$f_B = f_Q \cdot \frac{v \pm v_B}{v \mp v_Q}$$

- obere Vorzeichen: B und Q bewegen sich aufeinander zu
- untere Vorzeichen: B und Q entfernen sich voneinander

Quelle und Beobachter bewegen sich in die gleiche Richtung

$$f_B = f_Q \cdot \frac{v \pm v_B}{v \pm v_Q}$$

- obere Vorzeichen: B hinter Q
- untere Vorzeichen: B vor Q

Interferenz

Bedingung für konstruktive Interferenz

$$\Delta\varphi = m \cdot 2\pi, \quad m \in \mathbb{Z}$$

$\Delta\varphi$ Phasendifferenz der überlagerten Wellen

Bedingung für destruktive Interferenz

$$\Delta\varphi = (2m - 1) \cdot \pi, \quad m \in \mathbb{Z}$$

Phasendifferenz durch Gangunterschied

$$\frac{\Delta s}{\lambda} = \frac{\Delta\varphi}{2\pi}$$

Δs Gangunterschied
 λ Wellenlänge

Stehende Wellen

Bedingung für stehende Wellen in Raumgebiet mit zwei festen oder zwei losen Enden

$$\lambda_n = \frac{2L}{n}, \quad n = 1, 2, \dots$$

λ_n Wellenlänge der n -ten Mode
 L Länge des Raumgebiets
 n Modenzahl

Bedingung für stehende Wellen in Raumgebiet mit einem festen und einem losen Ende

$$\lambda_n = \frac{4L}{2n-1}, \quad n = 1, 2, \dots$$

9 Optik

Brechungsindex eines Ausbreitungsmediums

$$n = \frac{c}{v}$$

c Vakuum-Lichtgeschwindigkeit
 v Ausbreitungsgeschwindigkeit des Lichts im Medium

Reflexion und Brechung

Reflexionsgesetz

$$\alpha = \alpha'$$

α Einfallswinkel
 α' Reflexionswinkel

Brechungsgesetz beim Übergang von Medium 1 zu Medium 2

$$n_1 \cdot \sin \alpha = n_2 \cdot \sin \beta$$

α Einfallswinkel
 β Brechungswinkel
 n_i Brechungsindex des i -ten Mediums

Grenzwinkel der Totalreflexion beim Übergang von Medium 1 zu Medium 2

$$\alpha_c = \arcsin \left(\frac{n_2}{n_1} \right)$$

Abbildungen an Spiegeln und Linsen

Abbildungsgleichung

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}$$

- $f > 0$ bei Hohlspiegeln und Sammellinsen
- $f < 0$ bei Wölbspiegeln und Zertreuungslinsen
- $b > 0$ bei reellen Bildern
- $b < 0$ bei virtuellen Bildern

- f Brennweite des Bauteils
- g Gegenstandsweite
- b Bildweite

Vergrößerung

$$V = \frac{B}{G} = \frac{|b|}{g}$$

- B Bildgröße
- G Gegenstandsgröße

Brennweite eines sphärischen Spiegels

$$f = \frac{r}{2}$$

- $r > 0$ bei Hohlspiegeln
- $r < 0$ bei Wölbspiegeln

- r Krümmungsradius der Spiegeloberfläche

Polarisation

Intensität von vormalig *unpolarisiertem* Licht nach Durchgang durch einen idealen, linearen Polarisationsfilter

$$I = \frac{1}{2} \cdot I_{0,\text{unpol}}$$

Intensität von vormalig *linear polarisiertem* Licht nach Durchgang durch einen idealen, linearen Polarisationsfilter

$$I = I_{0,\text{pol}} \cdot \cos^2 \theta$$

- $I_{0,\text{unpol}}$ Intensität des einfallenden, unpolarisierten Lichts

- $I_{0,\text{pol}}$ Intensität des einfallenden, polarisierten Lichts
- θ Winkel zwischen Polarisationsrichtung des einfallenden Lichts und Durchlassrichtung des Polfilters

Interferenz am Doppelspalt

Bedingung für Intensitätsmaxima („helle Streifen“) im Interferenzmuster eines Doppelspalts

$$\Delta s = d \cdot \sin \alpha_n = n \cdot \lambda \quad \text{mit } n = 0, 1, 2, \dots$$

Bedingung für Intensitätsminima („dunkle Streifen“) im Interferenzmuster eines Doppelspalts

$$\Delta s = d \cdot \sin \alpha_n = \frac{2n+1}{2} \cdot \lambda \quad \text{mit } n = 0, 1, 2, \dots$$

geometrischer Zusammenhang zwischen dem Beobachtungswinkel eines Punktes im Interferenzmuster und dem Abstand dieses Punktes von der optischen Achse

$$\tan \alpha = \frac{e}{l}$$

Hinweis: Für kleine Beobachtungswinkel α bzw. $l \gg e$ gilt die Kleinwinkelnäherung $\tan \alpha \approx \sin \alpha$.

Δs	Gangunterschied
d	Spaltabstand
n	Ordnung des Maximums/Minimums
α_n	Beobachtungswinkel des n -ten Maximums/Minimums
λ	Wellenlänge

α	Beobachtungswinkel
e	Entfernung des beobachteten Punktes von der optischen Achse
l	Abstand zwischen Doppelspalt und Interferenzmuster

10 Atomphysik

Photonen und Photoeffekt

Energie eines Photons

$$E_\gamma = h \cdot f = \hbar \cdot \omega \quad \left(\hbar = \frac{h}{2\pi} \right)$$

Impuls eines Photons

$$p_\gamma = \frac{E_\gamma}{c} = \frac{h}{\lambda} = \hbar \cdot k$$

kinetische Energie der herausgeschlagenen Elektronen beim Photoeffekt

$$E_{\text{kin}} = E_\gamma - W_A$$

Energiebilanz beim Photoeffekt mit Gegenfeldmethode

$$e \cdot U_0 = h \cdot f - W_A$$

h	Planck'sches Wirkungsquantum
f	Frequenz der elektromagn. Welle
ω	Kreisfrequenz
c	Vakuum-Lichtgeschwindigkeit
λ	Wellenlänge
k	Wellenzahl

W_A	Austrittsarbeit
e	Elementarladung
U_0	Gegenspannung, bei der der Photostrom verschwindet

Bohr'sches Atommodell

Quantisierung des Bahndrehimpulses der Elektronen in der Atomhülle

$$L_n = n \cdot \hbar = n \cdot \frac{h}{2\pi}$$

Energie des absorbierten/emittierten Photons beim Übergang von der m -ten auf die n -te Bahn

$$E_\gamma = \Delta E = |E_n - E_m|$$

$m < n$: Photon wird absorbiert

$m > n$: Photon wird emittiert

Radius der n -ten Bahn im Wasserstoff-Atom nach Bohr

$$r_n = r_1 \cdot n^2$$

$$\text{mit } r_1 = \frac{h^2 \varepsilon_0}{\pi m_e e^2} = 5,29 \cdot 10^{-11} \text{ m}$$

Energie des Elektrons auf der n -ten Bahn im Wasserstoff-Atom nach Bohr

$$E_n = E_1 \cdot \frac{1}{n^2}$$

$$\text{mit } E_1 = \frac{-m_e e^4}{8 \varepsilon_0^2 h^2} = -2,18 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

n Quantenzahl
 L_n Bahndrehimpuls auf n -ter Bahn
 h Planck'sches Wirkungsquantum

E_i Energie des Elektrons auf der i -ten Bahn

ε_0 elektrische Feldkonstante
 m_e Masse des Elektrons
 e Elementarladung

Orbitalmodell

Quantenzahlen der Elektronen in der Atomhülle:

Quantenzahl	mögliche Werte	alternative Bezeichnung
Hauptquantenzahl	n 1, 2, 3, ...	Schale K, L, M, ...
Nebenquantenzahl	l 0, 1, 2, ..., ($n - 1$)	Unterschale s, p, d, ...
Magnetquantenzahl	m $-l, \dots, -1, 0, 1, \dots, l$	
Spinquantenzahl	s $\pm \frac{1}{2}$	spin up \uparrow / spin down \downarrow

Aufbauprinzip für die Verteilung der Elektronen auf die verschiedenen Atomorbitale:

- Orbitale mit dem kleinen Wert $n + l$ werden vor den Orbitalen mit größerem Wert gefüllt. Wenn die Summe $n + l$ übereinstimmt, wird der Orbital mit der kleineren Hauptquantenzahl n zuerst gefüllt.
- Orbitale gleicher Energie werden zunächst einfach, dann doppelt belegt.

11 Kernphysik

Zerfallsgesetz

Zerfallsgesetz

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

$N(t)$	Anzahl der noch nicht zerfallenen Kerne zum Zeitpunkt t
N_0	Anzahl der instabilen Kerne zur Zeit $t = 0$
λ	Zerfallskonstante

Halbwertszeit eines instabilen Isotops

$$t_H = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

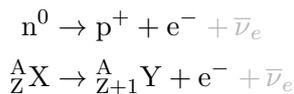
Aktivität eines radioaktiven Präparats

$$A = \lambda \cdot N = A_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

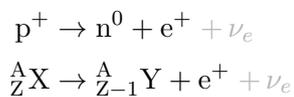
N	Anzahl der instabilen Kerne in der Probe
A_0	Aktivität zur Zeit $t = 0$

Kernumwandlungen

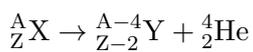
β^- -Zerfall



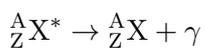
β^+ -Zerfall



α -Zerfall



γ -Zerfall



n^0	Neutron
p^+	Proton
e^-	Elektron
e^+	Positron
He	Helium
γ	Photon
X	Mutternuklid
X^*	angeregtes Mutternuklid
Y	Tochternuklid
A	Massenzahl des Mutternuklids
Z	Kernladungszahl des Mutternuklids
ν_e	Elektron-Neutrino
$\bar{\nu}_e$	Elektron-Antineutrino

Dosimetrie

Energiedosis: Energiemenge, die von einer bestimmten Gewebemenge durch Absorption von Strahlung aufgenommen wird

Äquivalentdosis (berücksichtigt biologische Wirksamkeit verschiedener Strahlungsarten)

$$H = w_R \cdot D$$

Effektive Dosis (Maß für Strahlenexposition bzw. für die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten von Strahlenschäden)

$$D_{\text{eff}} = w_T \cdot H$$

D	Energiedosis
w_R	Strahlungswichtungsfaktor für Strahlung R
w_T	Gewebe-Gewichtungsfaktor für Gewebe T

12 Fluidmechanik

Fluidstatik und -dynamik

Kompressibilität

$$\kappa = \frac{1}{K} = \frac{1}{V} \frac{\Delta V}{\Delta p}$$

V Volumen

p Druck

Druck

$$p = \frac{F}{A}$$

F Kraft

A Fläche

Schweredruck

$$p_s = \frac{mg}{A} = \rho gh$$

ρ Flüssigkeitsdichte

g Gravitationskonstante

h Höhe der Flüssigkeitssäule

Druck durch äußere Belastung

$$p = \frac{F_1}{A} + p_{amb}$$

F_1 Kraft an der Kolbenstange

p_{amb} Umgebungsdruck

Pascalsche Gesetz

$$p = \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

F_1, F_2 Kräfte der Kolben

A_1, A_2 Flächen der Kolben

Statischer Druck

$$p = p_k + p_s = p_k + \rho gh$$

p_k Kolbendruck

ρ Dichte der Flüssigkeit

h Höhe der Flüssigkeitssäule

Auftrieb

$$F_A = \rho V_K g = mg$$

ρ Dichte der Flüssigkeit

V_K Volumen des Körpers

Überdruck in einer Blase durch Oberflächenspannung

$$p = 4 \sigma_A / r$$

σ_A Oberflächenspannung

r Radius der Blase/Tröpfchen

Kapillarität

$$h = \frac{2 \sigma_A}{r \rho g}$$

σ_A Oberflächenspannung

ρ Dichte der Flüssigkeit

r Innenradius der Kapillare

Strömungen in Flüssigkeiten und Gasen

Volumenstromstärke

$$I_v = Av$$

A Querschnittsfläche
v Geschwindigkeit d. Flüssigkeit

Massenstromstärke

$$I_M = \rho I_v$$

ρ Dichte der Flüssigkeit
 I_v Volumenstromstärke

Kontinuitätsgleichung

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{A_2}{A_1}$$

v_1, v_2 Geschwindigkeiten der Flüssigkeit
 A_1, A_2 Querschnittsfläche des Rohrs

Innere Reibung von Flüssigkeiten und Gasen

Dynamische Viskosität η

$$F_R = \eta A \frac{v}{d}$$

F_R Reibungskraft
A Fläche der Platten
V Geschwindigkeit d. Platten
d Abstand der Platten

kinematische Viskosität

$$\nu = \frac{\eta}{\rho}$$

η dynamische Viskosität
 ρ Dichte der Flüssigkeit

Newtonsche Reibungsgesetz

$$F_R = \eta A \frac{dv}{dx}$$

dv/dx Geschwindigkeits-
änderung senkrecht
zu den Platten

Stokessches Gesetz (Kugel in der Strömung)

$$F_R = 6\pi\eta r v$$

F_R Reibungskraft
 η dynamische Viskosität
r Radius der Kugel
v Geschwindigkeit Medium

Strömungswiderstand einer Rohrleitung

$$R = \frac{\Delta p}{I_v}$$

Δp Druckdifferenz
 I_v Volumenstrom

1. Kirchhoffsche Gesetz

$$\sum_{i=1}^n I_{v,i}$$

$I_{v,i}$ i-te Volumenstrom

2. Kirchhoffsche Gesetz

$$\Delta p = \sum_{i=1}^n \Delta p_i$$

Δp_i Druckdifferenz der i-ten Rohrleitung

Hagen-Poiseuillesches Gesetz (laminare Strömung)

$$I_v = \frac{\pi r^4}{8\eta} \frac{\Delta p}{l}$$

r Radius d. Rohrleitung
l Länge d. Rohrleitung
 η dynamische Viskosität
 I_v Volumenstrom

Reynoldzahl

$$Re = \frac{\rho v d}{\eta}$$

η dynamische Viskosität
 ρ Dichte der Flüssigkeit
v mittlere Strömungsgeschwindigk.
d Rohrdurchmesser

Reibung

$$F_R = 8\pi\eta l v$$

v mittlere Strömungsgeschwindigk.
l Länge d. Rohrleitung
 η dynamische Viskosität

Reale Strömungen

Strömungswiderstandskraft (Reibung + Druck)

$$F_w = c_w A \frac{1}{2} \rho v^2$$

v Anströmgeschwindigkeit
A Projektionsfläche
 ρ Dichte der Flüssigkeit
 c_w Widerstandsbeiwert

Bernoullische Gleichung

$$p_{ges} = p + \frac{1}{2} \rho v^2$$

statischer Druck + dynamischer Druck (Staudruck)

v Anströmgeschwindigkeit
 ρ Dichte der Flüssigkeit

Verlusthöhe h_v (laminare Strömung)

$$\Delta p_v = g \rho h_v$$

Δp_v reibungsbedingte Druckverlust
 ρ Dichte der Flüssigkeit
g Graviationskonstante

Verlusthöhe h_v (tubulente Strömung)

$$h_v = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}$$

λ Widerstandszahl
l Rohrlänge
d Durchmesser Rohr
g Graviationskonstante
v Anströmgeschwindigkeit

Rohrwiderstandsgesetz (Darcy-Weisbach-Gleichung)

$$\Delta p_V = \lambda \frac{l}{d} \rho \frac{v^2}{2}$$

Δp_V reibungsbedingte Druckverlust

ρ Dichte der Flüssigkeit

λ Widerstandszahl

d Durchmesser Rohr

l Rohrlänge

Ausflussgesetz von Torricelli

$$v = \sqrt{2gh}$$

v Ausströmgeschwindigkeit

g Gravitationskonstante

h Abstand zwischen Flüssigkeitsspiegel zum Ausfluss

13 Wärmelehre

Thermische Zustandsgrößen

Normaldruck

$$p_n = 1,01325 \frac{N}{m^2} = 1013 \text{ hPa} = 1013 \text{ mbar}$$

Kelvin <-> Celsius

$$x^\circ \text{ C} = (273,15+x) \text{ K}$$

Längenzuwachs Δl

$$l = l_0 + \Delta l = l_0 + \alpha l_0 \Delta T$$

l_0 Länge vor der Temperaturerhöhung

α Längenausdehnungskoeffizient

ΔT Temperaturdifferenz

Längenausdehnungskoeffizient

$$\alpha = \frac{\Delta l}{l_0 \Delta T}$$

ΔT Temperaturdifferenz

l_0 Länge vor der Temperaturerhöhung

Δl Längendifferenz

kubischer Ausdehnungskoeffizient γ

$$V = V_0 + \Delta V = V_0 (1 + \gamma \Delta T)$$

ΔT Temperaturdifferenz

ΔV Volumenzunahme

V_0 Volumen vor der Temperaturerhöhung

$$V = V_0 (1 + 3 \alpha \Delta T) \quad \text{gilt für kleine Ausdehnungen}$$

Dichteänderung

$$\rho(T) = \frac{\rho_0}{(1 + \gamma \Delta T)}$$

ΔT Temperaturdifferenz

ρ_0 Ausgangsdruck

γ kubischer Ausdehnungskoeffizient

Thermische Zustandsgleichungen

Zustandsgleichung idealer Gase

$$p V = n R T$$

$$n = \frac{n}{M_m}$$

p Druck
V Volumen
T Temperatur
R universelle Gaskonstante $8,314 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$
m Masse des Gases
 M_m molare Masse d. Gases

Avogadro-Konstante N_A und Boltzmann-Konstante k

$$N_A = \frac{N}{n} = 6,022 * 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

$$p V = \frac{N}{N_A} R T = N k T$$

N Gesamtzahl der Teilchen
n Anzahl der Teilchen in 1 Mol

$$k = 1,381 * 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$$

Gesetz von Avogadro

$$\frac{V_I}{V_{II}} = \frac{n_I}{n_{II}} = \frac{N_I}{N_{II}}$$

→ für ideale Gase ist das molare Normvolumen $V_{n,m} = 22,4 \text{ L/mol}$

I Index ideale Gas 1
II Index ideale Gas 2
 V, n, N siehe oben

Daltonsche Gesetz

$$p = \sum p_i$$

p Gesamtdruck
 p_i Partialdruck

Internationale Höhenformel

$$p(h) = p_0 \left(1 - \frac{6,5}{288,15 \text{ km}} h \text{ km}\right)^{5,26}$$

p_0 Druck Erdoberfläche
h Höhe über Grund (km)

ideale Gasgesetz (kinetische Energie eines Gasteilchens)

$$E_{kin} = \frac{3}{2} k T$$

T Temperatur
 $k = 1,381 * 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$

Kalorische Größen

Wärmekapazität C

$$Q = C \Delta T$$

ΔT Temperaturdifferenz
Q Wärmemenge

spezifische Wärmekapazität

$$c = \frac{Q}{m \Delta T}$$

ΔT Temperaturdifferenz
Q Wärmemenge
m Masse

bei einem Gemisch

$$c = \frac{\sum c_i m_i}{\sum m_i}$$

Index i einzelne Substanz

1. Hauptsatz der Thermodynamik

$$\Delta U = Q + W$$

ΔU innere Energie
 Q Wärmemenge
 W verrichtete Arbeit am System

Die Zunahme ΔU der inneren Energie eines geschlossenen Systems ist gleich der zugeführten Wärmeenergie Q und der am System verrichteten Arbeit W .

Volumenänderungsarbeit

$$W_V = -p_1 V_1 \ln \frac{p_1}{p_2}$$

Index 1 nach der Arbeit
Index 2 vor der Arbeit

Enthalpie

$$H = U + p \cdot V$$

U innere Energie
 p Druck
 V Volumen

Die Enthalpie ist somit also die Wärmemenge, die bei konstantem Druck zugeführt wird. Oder: Bei isobaren Prozessen ist die Enthalpiezunahme gleich der zugeführten Wärmemenge.

Wärmekapazität bei konstanten Volumen und Druck

$$dQ = m \cdot c_V \cdot dT$$

$$\Delta U = Q = c_V \cdot m \cdot \Delta T$$

$$\Delta H = Q = c_p \cdot m \cdot \Delta T$$

c_V spezifische Wärmekapazität ($V = \text{const.}$)
 Q Wärmemenge
 T Temperatur
 m Masse
 V Volumen
 U innere Energie
 H Enthalpie
 c_p spezifische Wärmekapazität ($p = \text{const.}$)

Mayersche Gleichung

$$c_p - c_V = R/M$$

M molare Masse
 c_p spezifische Wärmekapazität ($p = \text{const.}$)
 c_V spezifische Wärmekapazität ($V = \text{const.}$)
 R universelle Gaskonstante $8,314 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$

Adiabatexponent

$$\kappa = c_p / c_V$$

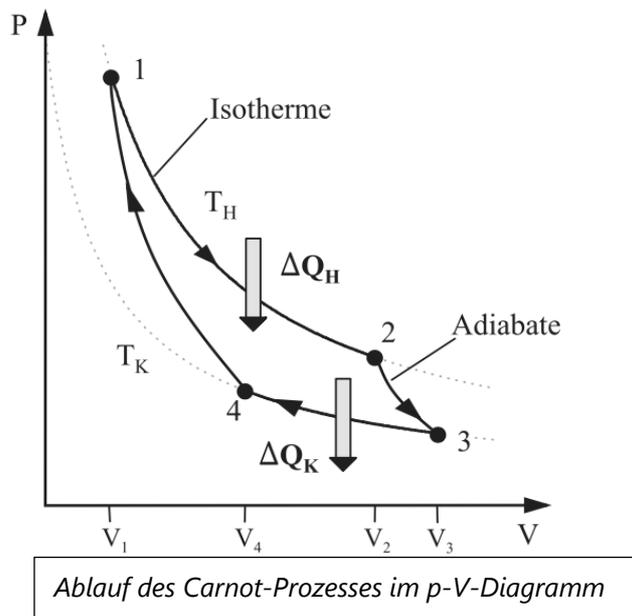
Bezeichnungen s. o.

adiabatische Zustandsgleichung

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\kappa-1}$$

T Temperatur
 V Volumen
 κ Adiabatexponent
Index 1 = vorher
Index 2 = nachher

Formeln zum Carnot-Prozess



1 → 2: **Isotherm rev. Expansion.** Hierzu muss die Wärmemenge

$$Q_{\text{zu}} = Q_{12} = n \cdot R \cdot T_1 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} = -W_{12}$$

zugeführt werden, damit $T_2 = T_1$ bleibt.

2 → 3: **Adiabatisch reversible Expansion.** Es ist

$$Q_{23} = 0 \quad \text{und} \quad W_{23} = n \cdot \int_{T_1=T_2}^{T_3} C_{m,V} \cdot dT$$

T_3 wird erreicht.

3 → 4: **Isotherme reversible Verdichtung.** Es muss, damit $T_4 = T_3$ bleibt, die Wärme

$$Q_{\text{ab}} = q_{34} = n \cdot R \cdot T_3 \cdot \ln \frac{V_3}{V_4} = -W_{34}$$

abgeführt werden.

4 → 1: **Adiabatisch reversible Verdichtung,** um wieder den Ausgangszustand mit T_1 zu erhalten. Es gilt:

$$Q_{41} = 0 \quad \text{und} \quad W_{41} = n \cdot \int_{T_3}^{T_4=T_1} C_{m,V} \cdot dT$$

Da $W_{23} = -W_{41}$ ist, ergibt sich für die Gesamtarbeit, d. h. die maximale Nutzarbeit W_n :

$$W_n = W_{12} + W_{34} = |W_{12}| - |W_{34}|$$

thermische Wirkungsgrad

$$\eta_{th} = \frac{T_o - T_u}{T_o}$$

T_o Temperatur oben/vorher
 T_u Temperatur unten/nachher

Reale Gase, Dämpfe und Flüssigkeiten

spezifische Schmelzwärme

$$I_f = \frac{L_f}{m} = \frac{\Delta H_f}{m}$$

L_f zugeführte Wärmemenge
 m Masse
 ΔH_f Enthalpieänderung

spezifische Verdampfungswärme

$$I_d = \frac{L_d}{m} = \frac{\Delta H_d}{m}$$

entsprechend oben

molare Umwandlungswärme

$$I_{f,m} = \frac{L_x}{n} = \frac{\Delta H_x}{n}$$

entsprechend oben $x = f$ oder d
 n Vielfache von 1 mol

Wärmetransport

Fouriersche Gesetz

$$Q = \frac{\lambda}{\delta} A \Delta\vartheta t = \frac{\lambda}{\delta} A (\vartheta_2 - \vartheta_1) t$$

λ Wärmeleitfähigkeit
 A Fläche
 δ Dicke der „Wand“
 ϑ_2 höhere Temperatur
 ϑ_1 niedrigere Temperatur
 t Zeit
 Q ausgetauschte Wärmemenge

Wärmestrom

$$\dot{Q} = \frac{Q}{t} = \frac{\lambda}{\delta} A (\vartheta_2 - \vartheta_1)$$

entsprechend oben

Wärmeübergangsgesetz (zwischen Fluiden durch eine Trennwand), Gesetz von Newton

$$\dot{Q} = \frac{Q}{t} = \alpha A (\vartheta_1 - \vartheta_{W_1})$$

α Wärmeübergangskoeffizient
 ϑ_1 höhere Oberflächentemperatur an der Wand
 ϑ_{W_1} niedrigere Oberflächentemperatur an der Wand

Wärmedurchgang (einschichtige Platte)

$$W_{\ddot{u}} = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} + \frac{\delta}{\lambda}$$

$1/\alpha_1$ Wärmewiderstand (höhere Temperatur)

$1/\alpha_2$ Wärmewiderstand (niedrigere Temperatur)

$\frac{\delta}{\lambda}$ Wärmewiderstand Platte

Energie und Umwelt

Wirkungsgrad von k hintereinander geschalteten Energiewandlern

$$\eta_G = \prod_{i=1}^k \eta_i$$

k Anzahl der Energiewandler

η_i Wirkungsgrad des einzelnen Wandlers

Brennwert

$$H_0 = \frac{Q_{ab}}{m_{Br}}$$

Q_{ab} abgegebene Wärme

m_{Br} Masse des Ausgangsstoffs

Wärmekraftmaschinen

Wärme-Kraftmaschinen

Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H}$$

W gewonnene Arbeit

Q_H reingesteckte Wärmemenge

Kraft-Wärmemaschinen

Wärmepumpenzahl

$$\varepsilon = \frac{Q_N}{W} = \frac{T_H}{T_H - T_N}$$

Q_N transportierte Wärmemenge

W eingebrachte Arbeit

T_H Abgabtemperatur

T_N Temperatur Reservoir

Wirkungsgrad einer Wärmekraftmaschine

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

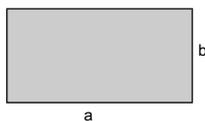
T_1 Dampftemperatur

T_2 untere Prozesstemperatur

15 Mathematik

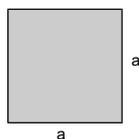
Flächenberechnung

Rechteck



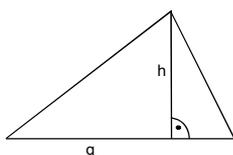
$$A = a \cdot b$$

Quadrat



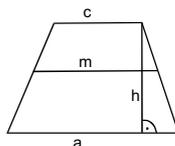
$$A = a^2$$

Dreieck



$$A = \frac{1}{2} g \cdot h$$

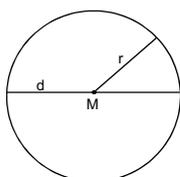
Trapez



$$A = m \cdot h$$

$$A = \frac{a+c}{2} \cdot h$$

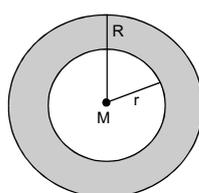
Kreis



$$A = \pi \cdot r^2$$

$$A = \pi \frac{d^2}{4}$$

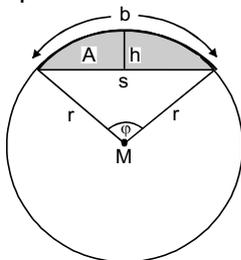
Kreisring



$$A = \pi (R^2 - r^2)$$

Für den Umfang U eines Kreises mit dem Radius r gilt: $U = 2\pi r$

Spezialfall: **Kreissegment** (Kreisabschnitt)



r : Kreisradius; b : Bogenlänge

s : Sehne zum Bogen b ; h : Bogenhöhe

φ : Mittelpunktswinkel (Zentriwinkel) im Bogenmaß

A : Kreissegmentfläche (Kreisabschnitt) für alle Winkel mit $0 \leq \varphi \leq 2\pi$

$$b = r \cdot \varphi$$

$$h = r - \frac{1}{2} \sqrt{4r^2 - s^2}; \text{ nur für } h \leq r; \text{ dann gilt: } 0 \leq \varphi \leq \pi$$

$$s = 2\sqrt{2hr - h^2}$$

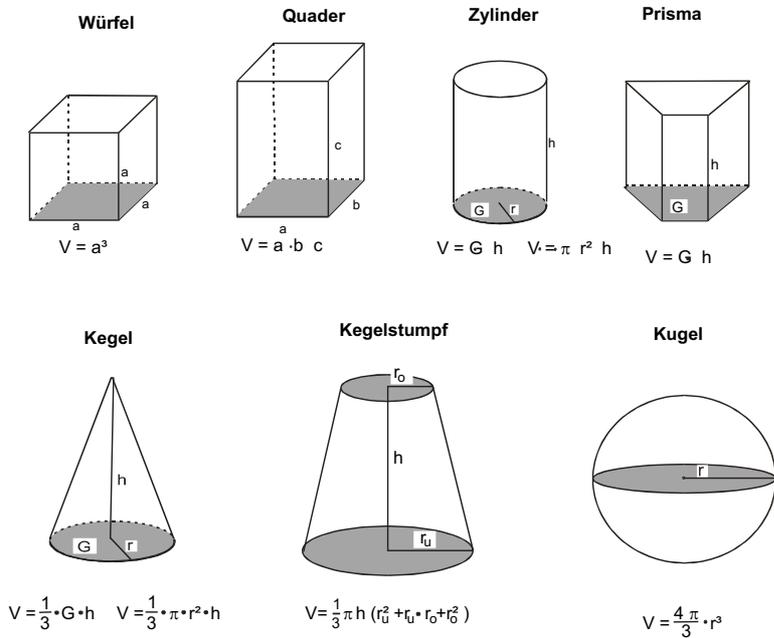
$$s = 2r \sin \frac{\varphi}{2}; \text{ für alle Winkel mit } 0 \leq \varphi \leq 2\pi$$

$$\varphi = 2 \arcsin \frac{s}{2r}; \text{ nur für } h \leq r, \text{ dann gilt: } 0 \leq \varphi \leq \pi$$

$$A = \frac{1}{2}(br - s(r - h)); \text{ nur für } h \leq r$$

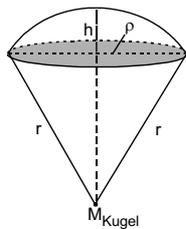
$$A = \frac{1}{2}r^2(\varphi - \sin \varphi); \text{ für alle Winkel mit } 0 \leq \varphi \leq 2\pi$$

Volumenberechnung



Eine **Kugel** vom Radius r hat eine Oberfläche A_0 : $A_0 = 4\pi r^2$

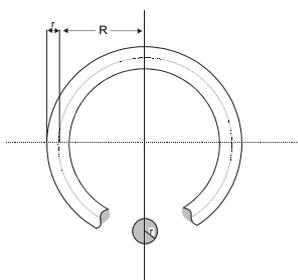
Spezialfall: **Kugelsegment** (Kugelabschnitt)



r : Kugelradius; h : Höhe des Kugelabschnitts

$$\rho = \sqrt{h(2r - h)}; \quad V = \frac{1}{6} \pi h (3\rho^2 + h^2) \text{ oder } V = \frac{1}{3} \pi h^2 (3r - h); \text{ für } 0 \leq h \leq 2r$$

Spezialfall: **Torus** (Kreisringkörper)



$$V = 2\pi^2 r^2 R$$